

#头条创作挑战赛#

老黄在某平台发表过这样的一个视频作品。证明余切cotx的导数是 $-(\csc x)^2$ ，并且提供了三种证明方法

，可见老黄有多用心，结果却被平台的审核人员以答案错误，与主流答案不一致为由拒绝了，实在是太气人了。

不讲出这个平台的名字，不是害怕什么，只是不想给他们做广告。受了委屈不发泄几句，心里难平。老黄就趁这个机会给大家分享一下求cotx的导数的三种方法吧。导数本身并不是非常重要，求导的方法才是重中之重。

在没有其它常用导数的支持下，求cotx的导函数，只能借用导数的定义公式。

$(\cot x)' = \lim_{h \rightarrow 0} (\cot(x+h) - \cot x) / h$ ，然后利用余切等于余弦与正弦的商，把极限化为：

$\lim_{h \rightarrow 0} (\cos(x+h) / \sin(x+h) - \cos x / \sin x) / h$ ，对分母通分相减，就可以得到：

$\lim_{h \rightarrow 0} ((\sin x \cos(x+h) - \sin(x+h) \cos x) / (\sin(x+h) \sin x)) / h$ ，其中：

$\sin x \cos(x+h) - \sin(x+h) \cos x = \sin(x - (x+h)) = \sin(-h) = -\sin h$ 。

因此，极限等于 $-\lim_{h \rightarrow 0} (\sin h) / (\sin(x+h) \sin x) / h$ ，可以利用积的极限公式，把这个极限分解成两个极限的积：

$-\lim_{h \rightarrow 0} (\sin h) / h \cdot \lim_{h \rightarrow 0} 1 / (\sin(x+h) \sin x)$ ，前面的极限是第一个重要极限，结果等于1，后面的极限是一个连续函数的极限，直接代入 $h=0$ ，就可以解得：

$(\cot x)' = -1 / (\sin x)^2 = -(\csc x)^2$ 。

其实我们在求cotx的导数之前，在教学中，都是已经求得sinx和cosx的导数的，因此我们也可利用商的求导法则来求cotx的导数。

即分母的平方做导数的分母，分子的导数乘以分母减去分母的导数乘以分子，做导数的分子。

因此，由 $(\sin x)' = \cos x$ ,  $(\cos x)' = -\sin x$ . 就有

$$(\cot x)' = (\cos x / \sin x)' = (-\sin x \cdot \sin x - \cos x \cdot \cos x) / (\sin x)^2 = -1 / (\sin x)^2 = -(\csc x)^2.$$

或者，我们也可以利用tanx的导数，根据函数的倒数求导法则来求cotx的导数。

即，函数的倒数的导数，等于原函数的平方分之原函数的导数的相反数。

因此，由 $(\tan x)' = (\sec x)^2$ ，就可以得到

$$(\cot x)' = (1/\tan x)' = -(\tan x)' / (\tan x)^2 = -(\sec x)^2 / (\tan x)^2 = -(\csc x)^2.$$

尽管老黄的证明有理有据，他们仍可以昧着良心拒绝，其无耻之程度，实在令人乍舌。写这样的文章，就不怕他们封老黄的号，封了号，老黄就解脱了。