

典型例题1

如上图，E是正方形ABCD的边CD的中点，F是EC的中点，求证： $\angle FAB=2\angle DAE$ 。

【思路分析】

要证 $\angle FAB=2\angle DAE$

E，可作 $\angle FAB$ 的一半，利用正方形的性质可得等腰三角形，再证明全等即可。

【答案解析】

证明：如上图，作 $\angle FAB$ 的平分线，交BC于点H，交DC的延长线于点G。

$\because AB \parallel DC$

$\therefore \angle 1 = \angle 2 = \angle G$

$\therefore FA = FG$

设正方形的边长为a

则 $AF^2 = AD^2 + DF^2 = a^2 + (0.75a)^2$

解得 $FG = AF = 1.25a$

$\therefore CG = FG - CF = 1.25a - 0.25a = a = AB$

$\because AB = GC, \angle 2 = \angle G, \angle AHB = \angle GHC$

$\therefore \triangle ABH \cong \triangle GCH$

$\therefore BH = CH = 0.5BC = 0.5CD = DE$

$$\because AD=AB, \angle D=\angle B=90^\circ, BH=DE$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle ABH$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 2$$

$$\therefore \angle FAB = 2\angle DAE$$

典型例题2

如上图， $\triangle ABC$ 是等腰锐角三角形， $AB=AC$ ， BD 是腰 AC 上的高，求证： $\angle BAC=2\angle DBC$ 。

【答案解析】

证明：如上图，过点 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E 。

$$\text{则 } \angle EAC + \angle C = 90^\circ$$

$$\because BD \perp AC$$

$$\therefore \angle DBC + \angle C = 90^\circ$$

$$\therefore \angle DBC = \angle EAC$$

$$\because AB=AC, AE \perp BC$$

$$\therefore \angle BAC = 2\angle EAC = 2\angle DBC$$