

(由于文章不好表示上标和分数的形式，所以定义了如下形式的含义：

a^n ：表示a的n次方

a/b ：表示b分之a，即a为分子，b为分母)

指数的定义：指数是指幂运算 a^n 的其中一个参数，其中a(a为不等于0的任意数)为底数，n为指数(n为任意数)。

如果你有学过指数的话，那一定还记得 2^3 （为了方便理解，下面的讲解均采用实际数字来表示）可以理解为 $2 \times 2 \times 2$ ，即3个2相乘。在指数为正数的时候，为了方便理解，这样的想法还是可行的，但如果指数为0($2^0=1$)的话，还这样理解就会出现问题了：0个2相乘怎么可以得到1呢；遇到指数为负数的时候（ $2^{-1}=1/2$ ），更是疑惑，负数个2相乘竟还会有结果！不知道大家有没有这样想过，反正我直到最近才知道原来还有这样的问题，以前学习的时候都是死记硬背，根本就没意识到。

所以，接下来，我们就重新去认识一下指数吧。我们先从指数运算中的其中一条运算法则来理解指数为0和负数的情况：

法则一： $a^n \times a^m = a^{(n+m)}$
(底数相同的两个数，相乘结果的指数为两个数的指数相加)

例子1) $2^1 \times 2^0 = 2^{(1+0)}$

$$2 \times 2^0 = 2$$

两边同时除以2，可以得到：

$$2^0 = 1$$

例子2) $2^1 \times 2^{-1} = 2^{(1+(-1))}$

$$2 \times 2^{-1} = 2^0$$

由例子1) 可以知道 $2^0 = 1$

所以，两边同时除以2，可以得到： $2^{-1}=1/2$

由上面的两个例子可以知道，运用法则一，就可以利用一个已知的数与一个指数为0或负数的数相乘(其实正数也是可以的，前提是两个数的底数相同)，结果也为一个已知的数，就可以得到指数为0或负数的数的值(天啊，真的太难表达了，还是数学表达式简洁多了，怪不得说数学家都是懒鬼)。但上面没有解决指数为分数，即 $2^{a/b}$ 的情况，所以下面就运用法则二来理解指数为分数的情况。

法则二： $(a^n)^m = a^{(n \times m)}$ (一个数的n次方的结果的m次方，与这个数的(n x m) 次方相等)

$$\text{例子3) } (2^{(1/2)})^2 = 2^{((1/2) \times 2)} = 2^1$$

两边同时开方，可以得到

$$2^{(1/2)} = \sqrt{2}$$

$$\text{例子4) } 2^{(3/2)} = (2^{(1/2)})^3 = (\sqrt{2})^3$$

$$\text{例子5) 求} 2^{(-1/2)}$$

$$2^{(1/2)} \times 2^{(-1/2)} = 2^{(1/2 + (-1/2))} = 2^0$$

$$\text{由例子1) 可知, } 2^0 = 1$$

$$\text{由例子3) 可知, } 2^{(1/2)} = \sqrt{2}$$

所以，可以得到：

$$(\sqrt{2}) \times 2^{(-1/2)} = 1$$

两边同时除以根号2，得到：

$$2^{(-1/2)} = 1/(\sqrt{2})$$

虽然指数运算还有其他的法则，但利用上面两条法则，我们就可以求出所有指数为实数的底数的值。如果还没有理解，也可以自己找一些数来自己一步一步地算一下。如果还想求解指数为复数的情况的话(实数与复数的定义，可查阅相关的资料)，可以利用以下这条法则：

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

最后说一下我最近学数学的一些感想吧：数学这种东西，要想真正理解它，还是需要自己认真地去理解在该使用情形下的相关定义，然后一步一步地去计算、去验证的（就像上面的例子一样，一个过程一个过程地写下来，这样自己才会理解），绝不是某个有权威的人说什么，就把它当成理所当然的了，只管拿来用，而不去探讨为什么。要知道，这位权威人士很有可能是为了让我们更容易去理解而把概念简化了。就像上面的指数一样，相信大家开始学的时候都被教成把 2^n 理解成n个2相乘，但是这样的话就无法理解n为0、负数以及分数的情况了(老师们自有办法：直接把 $2^0=1$ 背下来就好了)。所以，如果想深入学习，还是认真把定义搞懂吧，然后自己一步一步地去计算、去验证（其实我也做不到，这就是我数学不好的原因吧）。而且根据使用的情况不同，看上去一样的东西就会有不同的定义，从而会得到不同的结果，例如 $1+1$ 在数学领域的很多情况下是不等于2的。

好了，希望这篇文章能对你们有所帮助，同时希望大家能抽个时间认真学习一下数学吧，感谢大家的观看。

参考资料：

结城浩.数学女孩2 费马大定理.北京:人民邮电出版社,2016